

RAN-1808060201040001
M.Com. (Sem.-I) Examination April - 2026
Advanced Statistics (Paper-1)
સૂચના : / Instructions

- (1) ઉપરોક્ત દર્શાવેલ વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fill up strictly the above details on your answer book

Seat No.:

Student's Signature

પ્ર.1. નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.
10

1. ઋણ દ્વિપદી વિતરણમાં ગુણધર્મો લખો.
2. પ્રઘાત આગણકોના ગુણધર્મો લખો.
3. $f(x, \theta) = \frac{e^{-\theta} \cdot \theta^x}{x!}$, $x = 0, 1, 2, \dots, \infty$ માટે કેમર-રાવના વિચરણની નીચલી સીમા મેળવો.
4. સાબિત કરો કે, લાપ્લાસ વિતરણ માટે $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$
5. લઘુગુણકીય પ્રમાણ્ય વિતરણની વ્યાખ્યા લખો તથા એનું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય લખો.

પ્ર.2. અ. ઋણ દ્વિપદી વિતરણ માટે પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવો તથા તેનું વિચરણ મેળવો.
07

- બ. એક યદ્યચ્છ ચલ x નું સંભાવના વિધેય $f(x) = \frac{1}{2} \cdot e^{-|x-\theta|}$, $-\infty < x < \infty$ હોય તો તેનો મધ્યક અને વિચરણ શોધો.

06
અથવા
પ્ર.2. અ. લઘુગુણક પ્રમાણ્ય વિતરણ માટે સાબિત કરો કે, બહુલક < મધ્યસ્થ < મધ્યક
07

- બ. કોશી વિતરણનાં ચતુર્થકો મેળવો.

06

પ્ર.3. અ. દક્ષ આગણકની વ્યાખ્યા આપો તથા સાબિત કરો કે, પ્રમાણ્ય વિતરણમાં $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x - \bar{x})^2$ એ સમષ્ટિ વિચરણ σ^2 નો અનભિનત આગણક છે.

06

- બ. પ્રમાણ્ય વિતરણ $N(\mu, \sigma^2)$ માંથી લીધેલો યાદચ્છિક નિદર્શ $x_1, x_2, \dots, x_n$ છે. μ અને σ^2 ના પર્યાપ્ત આગણકો મેળવો.

08
અથવા

પ્ર.3. અ. પ્રમાણ્ય વિતરણ $N(\mu, \sigma^2)$ માંથી લીધેલો યાદચ્છિક નિદર્શ $x_1, x_2, \dots, x_n$ છે. σ^2 નો મહત્તમ વિસંભાવના આગણક શોધો.

06

- બ. દ્વિપદી સમષ્ટિમાંથી લીધેલા નિદર્શનો મધ્યક અને પોયસન સમષ્ટિમાંથી લીધેલા નિદર્શના મધ્યક કરતાં વધુ દક્ષ હોય છે એમ બતાવો.

05

- ક. જો $f(x, \theta) = \theta x^{\theta-1}$, $0 < x < 1$
 $= 0$, અન્યથા

03

હોય તો θ નાં આગણકની ક્રિમત પ્રઘાતોની રીતથી મેળવો.

- પ્ર.4. અ. લઘુગુણક પ્રમાણ્ય વિતરણ માટે μ' , નું સુત્ર મેળવો તથા તેનું વિચરણ મેળવો 06
 બ. પ્રમાણ્ય સમષ્ટિ $N(\mu, 4)$ માંથી 9 કિમતોનો એક યદ્યચ્છ નિદર્શ લેવામાં આવ્યો છે. જેનો મધ્યક 60 છે. સમષ્ટિ પ્રાયલ μ ની 95% ત્રિશ્વસનીય સીમાઓ શોધો. 07

અથવા

- પ્ર.4. અ. અતિગુણોત્તર વિતરણનો મધ્યક અને વિચરણ મેળવો. 06
 બ. સંભાવના વિધેય $f(x, q) = p \cdot q^x$, $X = 0, 1, 2, \dots, n$, $p > 0$, $q > 0$ વાળી સમષ્ટિમાંથી n કદનો નિદર્શ લેવાયો છે. તો તે પરથી q નો મહત્તમ વિસંભાવના આગણક શોધો. 07

ENGLISH VERSION

- Q.1. Answer the following questions. 10
 1. Write the properties of negative binomial distribution.
 2. Write the properties of moment estimators.
 3. Obtain the lower bound of Cramer-Rao's Variance
 for, $f(x, \theta) = \frac{e^{-\theta} \cdot \theta^x}{x!}$, $x = 0, 1, 2, \dots, \infty$
 4. For the Laplace distribution, prove that $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$
 5. Define log normal distribution, write its probability density function.

- Q.2. a. Obtain the moment generating function of negative binomial distribution. 07
 Also obtain its Variance.
 b. The probability function of a random variable x is 06
 $f(x) = \frac{1}{2} \cdot e^{-|x - \theta|}$, $-\infty < x < \infty$
 then find its mean and Variance

OR

- Q.2. a. For the Log normal distribution. Prove that Mode < Median & Mean 07
 b. Obtain the quartiles of cauchy distribution. 06
 Q.3. a. Give the definition of efficient estimator. Also prove that in normal 06
 distribution, $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x - \bar{x})^2$ is an unbiased estimator of population variance σ^2 .
 b. Random sample $x_1, x_2, \dots, x_n$ is taken from the normal distribution $N(\mu, \sigma^2)$. 08
 Find the sufficient estimators of μ and σ^2 .

OR

- Q.3. a. A random sample $x_1, x_2, \dots, x_n$ is taken from the normal distribution 06
 $N(\mu, \sigma^2)$. Find the maximum likelihood estimator of σ^2 .
 b. Prove that, the mean of a sample taken from binomial population is more 05
 efficient than the mean of a sample taken from poisson distribution.
 c. If $f(x, \theta) = \theta \cdot x^{\theta-1}$, $0 < x < 1$ 03
 $= 0$, elsewhere
 then find the value of θ by the method of moments.

- Q.4. a. Obtain the formula of μ' , for lognormal distribution. Also obtain its variance. 06
 b. A random sample of size 9 taken from the normal population $N(\mu, 4)$. Its 07
 mean is 60. Find the 95% confidence limits for the population parameter μ .

OR

- Q.4.** a. Obtain the mean and variance of hypergeometric distribution.
- b. A sample of n is taken from the population which has probability function
 $X = 0, 1, 2, \dots, n$, $f(x, q) = p \cdot q^x$, $p > 0$, $q > 0$
then find the maximum likelihood estimator of q from it.
-

06

07